D-ITET, D-MATL
Dr. R. Käppeli
B. Fitzpatrick, D. Devaud

Numerische Methoden

FS 2017

Serie 2

1. Diese Aufgabe ist ähnlich zur Aufgabe 1 von Serie 1. Die 2 Punkte Gauss Quadraturformel verwendet als Quadratur Stützstellen/Knoten

$$x_0 = -\sqrt{\frac{1}{3}}, \qquad x_1 = \sqrt{\frac{1}{3}},$$

und ist auf $[a, b] = [-1, 1]$ definiert.

a) Berechnen Sie die Lagrange-Polynome $L_0^1(x)$, $L_1^1(x)$ und die Quadratur Gewichte ω_0, ω_1.

b) Zeigen Sie, dass die Quadraturformel den Genauigkeitsgrad 3 besitzt.

c) Transformieren Sie die 2 Punkte Gauss Quadraturformal auf das Intervall $[a, b]$.

2. Konvergenzordnung summierter Quadraturformeln

a) Ergänzen Sie das Template der MATLAB -Funktion

```
y = summtrapezregel(f,a,b,N),
```

die das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ mit der summierten Trapezregel approximiert. Der Input `N` entspricht der Anzahl von Teilintervallen, in die das Interval $[a, b]$ unterteilt wird.

b) Ergänzen Sie das Template der MATLAB -Funktion

```
y = summsimpsonregel(f,a,b,N),
```

die das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ mit der summierten Simpsonregel approximiert.

c) Ergänzen Sie das Template der MATLAB -Funktion

```
y = summ2punktgauss(f,a,b,N),
```

die das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ mit der summierten 2 Punkte Gauss Quadraturformel approximiert.

Bitte wenden!

d) Ergänzen Sie das Template der MATLAB -Funktion

`summbestimmeordnung`,

die die Ordnung einer summierten Quadratur bestimmt. Bestätigen Sie, dass die summierte Trapezregel die algebraische Konvergenzordnung 2 besitzt und dass die summierte Simpsonregel und die 2 Punkte Gauss Quadraturformel die algebraische Konvergenzordnung 4 besitzen.

e) Wiederholen Sie den Konvergenztest von Teilaufgabe d) für die Trapezregel mit dem Integrand

$$f_1(x) = x^5,\ f_2(x) = \sqrt{x-a},\ f_3(x) = (x-a)^{5/2},$$

und die MATLAB Funktion definiert in `f_4.p`. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

f) Berechnen Sie für jedes Verfahren die Anzahl von Funktionsauswertungen.

Abgabe: Bis Freitag, den 10.03.2017.
Erstellen Sie ein Zip-file ihrer MATLAB -Programme und laden Sie dieses unter `www.math.ethz.ch/~grsam/submit` hoch.
Die schriftlichen Ergebnisse können Sie separat in den jeweiligen Übungsgruppen abgeben.