

Satz II.3: Falls die rechte Seite der DGL  $\vec{f}(t, \vec{y})$  und die Verfahrens-funktion  $\vec{\phi}(t, \vec{y}, t)$  Lipschitz-stetig in  $\vec{y}$  sind, dann gilt für das ESV folgende (globale) Fehlerabschätzung

$$\epsilon = \max_{j=0, \dots, N} \|\vec{y}(t_j) - \vec{y}_j\|$$

$$\leq \left( \underbrace{\|\vec{y}(t_0) - \vec{y}_0\|}_{\text{AW Fehler}} + \sum_{j=1}^N \underbrace{\|\vec{e}_j\|}_{\text{fehler in jedem Schritt}} \right) \cdot e^{\tilde{L}(t_N - t_0)}$$

summierem sich schlimmstenfalls

wobei  $\tilde{L}$  die Lipschitz-Konstante der Verfahrens-funktion  $\vec{\phi}$  ist.

Obige Aussage impliziert

Konsistenz der Ordnung  $p$

$\Rightarrow$  Konvergenz der Ordnung  $p$

Bem.: (i) Satz II.3 macht eine Aussage über die Stabilität von ESV, d.h. eine kontrollierte Fehlerfortpflanzung (AW + LDF  $\blacktriangledown$ )

(ii)  $\tilde{L}$  hängt über  $\vec{\phi}$  mit der rechten Seite  $\vec{f}$  zusammen