Integrieren wir nun $e(x)$ über das RI:

$$\int_{-1}^{1} e(x)\,dx = \int_{-1}^{1} x^m\,dx - \int_{-1}^{1} p[x^m | x_0, \dots, x_n]\,dx$$

$$= I[x^m] - Q[x^m]$$

$$= \int_{-1}^{1} K(x) \cdot \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)\,dx$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{für } m \leq n \\ \int_{-1}^{1} r(x) \cdot \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)\,dx & \text{für } m > n \end{cases}$$

Dies bestätigt uns nocheinmal, dass eine QR mit $n+1$ Knoten GG von n hat.
Aber viel mehr noch: Wenn wir $n+1$ Knoten mit

$$\int_{-1}^{1} \underbrace{r(x)}_{\in \mathbb{P}_n} \cdot \underbrace{\prod_{i=0}^{n} (x - x_i)}_{\in \mathbb{P}_{n+1}}\,dx \stackrel{!}{=} 0$$

für $n < m < 2n+2$ bestimmen können, so erhalten wir ein QR mit grösstmöglichen GG!