

Frage: Was ist der grösstmögliche GGr den man mit  $n+1$  Knoten erreichen könnte?

Betrachte folgendes Polynom vom Grad  $2n+2$  auf dem RI:

$$p(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i)^2 \in \mathbb{P}_{2n+2}$$

↑ Knoten

Klar:  $I[p] = \int_{-1}^1 p(x) dx > 0$

Aber mit Quadratur

$$Q[p] = \sum_{j=0}^n \omega_j \cdot \underbrace{p(x_j)}_0 = 0$$

↗ ≠ ↘

Also der grösstmögliche GGr den man erreichen könnte ist  $g = 2n+1$  !

Diesen GGr kann man auch erreichen und man stösst dabei auf einen wichtigen Begriff der linearen Algebra:

Orthogonalität