

Quadraturregeln können nun ganz einfach hergeleitet werden.

Seien  $x_0, x_1, \dots, x_n \in I$  uns gegebene Knoten.

Dann ist das IP einer Funktion  $f$

$$p[f|x_0, \dots, x_n] = \sum_{j=0}^n f(x_j) \cdot L_j^n(x)$$

Da das IP die Funktion approx., so gilt

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\approx \int_a^b p[f|x_0, \dots, x_n] dx \\ &= \int_a^b \sum_{j=0}^n f(x_j) \cdot L_j^n(x) dx \\ &= \sum_{j=0}^n \int_a^b f(x_j) L_j^n(x) dx \\ &= \sum_{j=0}^n f(x_j) \underbrace{\int_a^b L_j^n(x) dx}_{\text{Konstant!}} \\ &= \sum_{j=0}^n f(x_j) \cdot w_j = Q_n[f] \end{aligned}$$